

1. В турнире по теннису, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым, два участника заболели и выбыли из турнира до того, как прошла его половина. Всего в турнире было проведено 94 встречи. Сколько спортсменов участвовало в турнире?

2. Основание пирамиды – треугольник с длинами сторон 10, 17, 21. Боковые грани образуют с плоскостью основания углы α . Найти объем пирамиды.

3. Доказать, что уравнение $x^{12} - x^9 + x^8 - x^5 + x^2 - x + 1 = 0$ не имеет действительных корней.

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} |x+5| \cdot (2-y) = 11 + 2y \\ 2|x+5| \cdot y + 3 \cdot |x+5| = 6 + 3y \end{cases}$$

5. Коля, Миша, Слава и Игорь участвовали в соревнованиях по лыжам и заняли первые четыре места. На вопрос, кто из них занял какое место, были получены три разных ответа:

Миша: «Слава был второй, Игорь – третий»;

Игорь: «Слава был первый, Миша – второй»;

Слава: «Коля был второй, Игорь – четвертый».

В каждом ответе одна часть верная, другая ложная. Какое место занял каждый из ребят?

6. Решить уравнение $\sin^{2021} x + \cos^{2022} x = 1$.

7. В трапеции $ABCD$ сторона AD параллельна BC , $AD=28$, $AB=10$, $BC=10$, $CD=12$. Биссектрисы внутренних углов BAD и CDA пересекаются в точке O . Определить площадь треугольника AOD .

8. Решить неравенство $(4 + 2 \log_3 x) \cdot \log_x 3 \cdot \log_{9x} 3 > 1$.

9. Найти все значения параметра a , при которых уравнение имеет хотя бы одно отрицательное решение $2 \cdot |3a - 4x| + 3a - 4 + 4x = 0$.

10. В двух урнах лежат белые и черные шары. Произведение черных шаров в двух урнах равно произведению белых шаров в двух урнах. В первой урне всего 20 шаров. Если взять из первой урны половину белых шаров и половину черных шаров, а из второй урны одну треть белых и одну треть черных и положить в третью урну, то в ней будет черных шаров в два раза больше белых шаров. Сколько белых и сколько черных шаров будет в третьей урне? Найти все решения.